



## 空間把握力育成のための多面体紙工作の教材研究

東海大学

講師 青木 孝子

### 1. はじめに

空間把握力育成のために多面体を紙工作するワークショップを行って10年ほどが経過した。その多面体工作の教材を開発している。多面体は、数学史の歴史としては古くから存在し、古代ギリシア時代から知られていた。正多面体5種類はプラトンの立体と呼ばれ、半正多面体13種類はアルキメデスの立体と呼ばれている。それらは対称性があり、外接球が存在する。従来型の白の正六角形と黒の正五角形のサッカーボールは切頂二十面体と呼ばれ、半正多面体のうちの1つである。紙工作活動でも、人気のある多面体の1つである。

### 2. 亀甲模様の菱形多面体（黄金比）の教材

静岡科学館・く・るでのサイエンス玉手箱の出展のための教材として、亀甲模様の菱形多面体（黄金比）の教材を作ることができた。菱形十二面体の紙工作を行った。単独空間するため、それを経験できる出展であった。



図1 亀甲模様の菱形多面体の教材

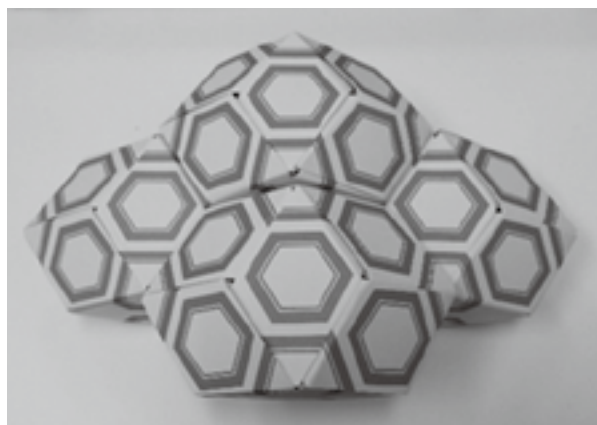


図2 菱形十二面体の空間充填

この教材で出来る菱形多面体を表にまとめてみると、以下のようになった。全部で5種類の多面体ができ、模様の出方は8通りである。模様はすべてつながるため、模様の形を見ることで、頂点の形状が分かりやすくなった。

多面体	菱形三十面体	菱形二十面体	菱形十二面体	平行六面体(長)	平行六面体(平)
模様の種類	2通り	1通り	2通り	1通り	2通り
使用枚数	右30枚または左30枚	右10枚と左10枚	右10枚と左2枚 またはその逆	右3枚と左3枚	右6枚または左6枚
出現する模様	六角形20と正五角形12	六角形20と正五角形1	六角形10、折れた六角形4、ならびに折れた菱形2 六角形6と折れた六角形4	六角形6と正三角1	六角形6と折れた菱形3 六角形2と折れた六角形3
備考			今回の出展		

表1 菱形多面体（黄金比）の亀甲模様教材のまとめ

### 3. 鶴菱模様の菱形多面体（白銀比）の教材

亀の次は鶴菱模様の菱形多面体（白銀比）の教材を作製した。



図3 鶴菱模様の菱形多面体（白銀比）

鶴が黄金比であったので、鶴は白銀比にした。対角線比が白銀比の菱形多面体は、菱形十二面体1つだけである。この菱形に対角線を引くと、短い対角線が立方体の辺の位置あり、長い対角線が正八面体の辺の位置になる。数学的に、この多面体の仕組みも分かるものをデザインの中に取り入れた。この短い対角線で菱形を2つに分けると、2つの二等辺三角形ができる。底辺を下、頂角を上になるように見ると、鶴が両翼を上に掲げているようにデザインをした。このときの鶴は、陸をこいて、求愛をしていたり、大地を翔けていたりする様子をデザインした。次に、長い対角線のほうで菱形を2つに分けて、やはり底辺が下、頂角が上になるように二等辺三角形を見ると、鶴が両翼を広げて、大空を水平飛行しているようなデザインにした。

今まで作製した多面体教材のうち、半正多面体（アルキメデスの立体）を全て作製できる「花形正多角形の教材」のシリーズも完結した。それと同じ構成面を持つ凸多面体はジョンソンの立体と呼ばれ、92種類あることが知られている。名称は分かりやすいものではないので、背番号を付けてJ1～J92と呼ばれている。

### 4. 花形正多角形の教材

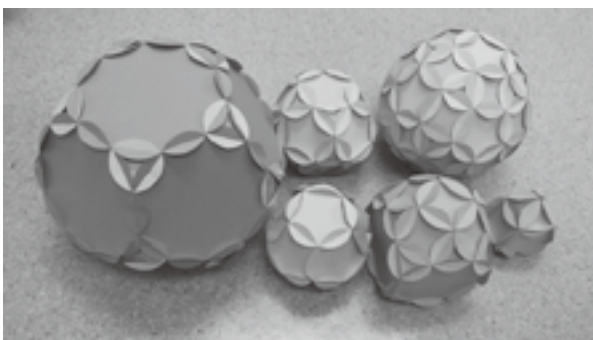


図4 花形正多角形の教材を使用した多面体

花形正多角形とは、教材業者の品名の登録として、便宜上使用したもので数学の用語ではない。花形正多角形の教材を使用して、6つの多面体を並べたものである。前列の右から3番目は、正多面体（プラトンの立体）で、正十二面体である。一番左と後列の合計3つは、半正多面体（アルキメデスの立体）で、左から順番に、切頂十二面体、二十・十二面体、ならびに斜方二十・十二面体である。十二面体系のものを作製してみた。前列の一番右と右から2番目は、ジョンソンの立体である。一番右は側錐五角柱（J54）で、五角柱の1つの正方形の側面に四角錐の帽子が刺まっている多面体である。右から2番目は側台塔切頂立方体（J66）で、切頂立方体に正八角形の帽子が刺まっているものである。今回試作をして分かったことは、色画用紙は3段階の厚さがあり、差し込むのはゆるみも必要になるため、厚さは薄いもので作製していた。今回、正八角形と正十角形を抜型から製作ところ、正多角形が大きくなるにつれて、多面体が自身の重さで自立しにくくなることが分かった。よって、正八角形と正十角形は極厚紙の色画用紙とし、正六角形と正五角形は特厚紙を使用し、正方形と正三角形は一番薄い厚さの色画用紙で作製をした。ジョンソンの立体は92種類あるため、まだ全てを作製してはいない。また、この花びらのような部分を外に出さず、中に入れて作製することも可能である。ジョンソンの立体に限ったことではないが、多面体は作製をしてみて、初めてその特徴に気が付くことは多い。

ジョンソンの立体は、違う教材で作製したことがあるが、半正多面体に類していて、改めて美しい多面体であると感じた。何を美しいと思うかについて、客観性のないものの、ある程度の対称性があり、正多角形からなる多面体は、どこか美しく感じられると考える。この帽子と呼ばれる部分に着目して、類型化することが可能なのでないかと考えているので、今後の課題としたい。

### 5. まとめ

多面体の工作をするワークショップを継続させるべく、リモートでの出展を行い、それに使用する教材開発を行った。それは亀甲模様の菱形多面体（黄金比）の教材になり、模様を入れることで発展的なことに気が付くこともできた。それに続いて、鶴菱模様の菱形多面体（白銀比）の教材も作製できた。

また、今までの教材で完結していない教材として、花形正多角形と名称を付けた教材の作製もでき、それも完結させることができた。これは正多面体（プラトンの立体）5種類、半正多面体（アルキメデスの立体）13種類、ならびにジョンソンの立体92種類を作製することができる。ジョンソンの立体については、今後作製をしながら、その性質についての造詣を深めていきたいと考えている。